ENSIETA
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS

E3I2
Extraction et Exploitation de l'Information en Environnements Incertains

La gestion du conflit dans la combinaison des fonctions de croyance

Arnaud MARTIN

ENSIETA / E3I2 EA3876

Brest, France

> Plan

1. La fusion d’informations et les fonctions de croyance

2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit

3. La gestion du conflit

> La fusion d'informations

- **BUT : Combiner des informations issues de *plusieurs sources* imparfaites afin d'améliorer la prise de décision en tenant compte des imprécisions et incertitudes**

- **Contexte :** plusieurs experts (ou classifieurs) donnant une information sur la classe perçue
- **Problèmes :** les experts sont imparfaits et peuvent se contredire.

- **Méthodes :** Théories de l'incertain : Théorie des possibilités ou des fonctions de croyance

> La théorie des fonctions de croyance

- **Espace de discernement :** $\theta=\{C_1, C_2, \ldots, C_n\}$ où C_i est une classe

- L'expert peut s'exprimer sur $2^\theta = \{\emptyset, \{C_1\}, \{C_2\}, \ldots, \{C_n\}, \{C_1,C_2\}, \ldots, \theta\}$, θ représente l'ignorance et $\emptyset$ l'ouverture au monde hors θ

- Extension de la DSmT : l'expert peut s'exprimer sur D^θ

- Les experts s'expriment à partir des **fonctions de masse** définies sur 2^θ à valeurs dans [0,1] pour une source S_j :

$$\sum_{A\in 2^\Theta} m_j(A) = 1$$

$m_j(A)$* caractérise un degré de croyance en *A

> La théorie des fonctions de croyance

Fonctions de masse : en pratique

- Fonctions à support simple : Toute la masse de la source S_j porte sur un sous-ensemble non vide A de 2^θ et sur l'ensemble de discernement θ (connaissance incertaine et imprécise)

  $m_j(A)= 1-w$

  $m_j(\theta)= w,\ w\in[0,1]$

  $m_j(B)=0$ pour tout $B\neq A,\ B\neq \theta$

  notée A_j^w

Si $w=0$, alors $m_j(\theta)=1$ ceci représente l'ignorance totale

Toute fonction de masse non dogmatique ($m_j(\theta)>0$) et si les A_j sont distincts admet une décomposition canonique en fonctions à support simple

- Modèle probabiliste d'A. Appriou
- Modèle distance de T. Denœux

> La théorie des fonctions de croyance

- Autres fonctions de croyance :
  - **La crédibilité** *bel* regroupe les masses inclues
  - **La plausibilité** *pl* regroupe les masses intersectées

  Intervalle de confiance

$$[bel(A), pl(A)]$$

La théorie des fonctions de croyance

Décisions sur θ et pas sur 2^θ

- **Pessimiste :** $\max_{A \in \Theta} bel(A)$
- **Optimiste :** $\max_{A \in \Theta} pl(A)$
- **Compromis :** $\max_{A \in \Theta} betP(A)$

Où la probabilité pignisitic (Smets90) est donnée pour $X \in 2^\Theta$, avec $X \neq \emptyset$

$$betP(X) = \sum_{Y \in 2^\Theta, Y \neq \emptyset} \frac{|X \cap Y|}{|Y|} \frac{m(Y)}{1 - m(\emptyset)}.$$

ENSIETA
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS

> Plan

1. La fusion d'informations et les fonctions de croyance

2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit

3. La gestion du conflit

> La combinaison des fonctions de croyance

Afin de conserver un maximum d'informations, il est préférable de rester à un niveau crédal (*i.e.* de manipuler des fonctions de croyance) pendant l'étape de combinaison des informations pour prendre la décision sur les fonctions de croyance issues de la combinaison

> Combinaison conjonctive

- **La combinaison de 2 experts est donnée par :**

$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 = A} m_1(B_1) m_2(B_2)$$

- **Exemple**

	$\emptyset$	A	B	C	$\ominus$
m_1	0	0.5	0.1	0	0.4
m_2	0	0.2	0	0.5	0.3
m	0.32	0.33	0.03	0.2	0.12

- **Problème : masse non nulle sur l'ensemble vide**
  - **en monde ouvert : représente une solution non prévue**
  - **en monde fermé : pas acceptable**

> Combinaison conjonctive normalisée

$$m(A) = \frac{\displaystyle\sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = A} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)}{1 - k} \quad \text{si } A \neq \emptyset$$

et $m(\emptyset)=0$

avec $$k = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \dots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j) \leq 1$$

k est une mesure de conflit entre les sources (dépend de la modélisation)

(ou encore inconsistance de la fusion)

> Le conflit

Origines du conflit

- **Les sources ne sont pas fiables. L'information est erronée et peut conduire à une ambiguïté**
- **Le cadre de discernement est non exhaustif. Hypothèse d'un monde fermé fausse**
- **Les sources observent des phénomènes différents. Dans ce cas il ne faut pas les combiner**

Problème : la normalisation masque le conflit (Exemple de Zadeh)

> Exemple de Zadeh

	$\emptyset$	A	B	C	$\ominus$
m_1	0	0.9	0	0.1	0
m_2	0	0	0.9	0.1	0
m_{12} normalisée	0	0	0	1	0
m_{12} non normalisée	0.99	0	0	0.01	0

Toute la masse est sur *C* seul élément où les 2 sources sont d'accord

Problèmes :

- **Conjonctive normalisée :** La normalisation masque le conflit
  Intéressant si monde fermé sans conflit
- **Conjonctive non-normalisée :** la normalisation de la probabilité pignistique
  masque le conflit

> Propriété de la combinaison conjonctive

La loi ⊕ n'est pas idempotente

	$\emptyset$	A	B	C	$\ominus$
m_1	0	0.7	0.2	0.1	0
m_2	0	0.7	0.2	0.1	0
m_{12} normalisée	0	0.91	0.07	0.02	0
m_{12} non normalisée	0.46	0.49	0.04	0.01	0

Le conflit de deux sources identiques est non nul !

Auto-conflit d'ordre *n* (Martin et Osswald) : $a_n(j) = \bigoplus_{k=1}^{n} m_j(\emptyset)$

or

$$a_n(j) \leq a_{n+1}(j)$$

plus le nombre d'experts est important plus le conflit peut être proche de 1

> Plan

1. La fusion d'informations et les fonctions de croyance

2. La combinaison des fonctions de croyance et le conflit

3. La gestion du conflit

> Supprimer la non-idempotence

La combinaison conjonctive sur des fonctions à support simple A^{w1} et A^{w2} est $A^{w1.w2}$

Toute fonction de masse non dogmatique peut s'écrire de manière unique comme la combinaison conjonctive de fonctions à support simple généralisées $w \in]0, +\infty[$

La règle conjonctive prudente sur les fonctions à support simple A^{w1} et A^{w2} est donnée par $A^{\min(w1,w2)}$
et se généralise sur les fonctions de masse non-dogmatiques

Remarque : absence d'élément neutre
intéressante si peu de conflit

ENSIETA
ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'INGÉNIEURS

Disjonctive

> Supprimer le conflit

$$\forall X \in 2^{\Theta}$$

$$m_{\mathrm{Dis}}(X) = \sum_{A \cup B = X} m_1(A) m_2(B).$$

- **Élargit les éléments focaux donc perte de spécificité : En pratique très problématique**

- **Intéressant si on ne sait pas modéliser les fiabilités des sources, leurs ambiguïtés et imprécisions**

> Hypothèse du monde fermé : fausse

TBF (*Transferable Belief Functions*) en monde ouvert

	A	B	C	$\ominus$

$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

$$m(\emptyset) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

***k* est affecté à l'ensemble vide**

Décision pignistique : Retour en monde fermé par normalisation du conflit

> Hypothèse du monde fermé : fausse

La technique du *hedging* consiste à ajouter un élément inconnu *e* au cadre de discernement pour rester en monde fermé

***i.e.* que l'on suppose que le conflit vient du manque d'exhaustivité**

$\emptyset$	A	B	C		$\ominus$

$$m(A \cup e) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

$$m(e) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

> Répartir le conflit

Le conflit total : *k*

Yager 1987, Inagaki 1991, Lefèvre 2002, Florea 2006

Le conflit partiel

Dubois et Prade 1988, Smarandache et Dezert 2005,

Martin et Osswald 2006 et 2007

> Conflit est issu de l'ignorance

Yager propose un modèle en monde fermé où la mesure de conflit est affectée au cadre de discernement total θ

$\emptyset$	A	B	C	

$$m(A) = \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

Calcul de *m*(θ) :

$$m(\Theta) = 1 - \sum_{A \subseteq D} \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = A \neq \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

puis la modifie

$$m(\Theta) = m(\Theta) + \sum_{B_1 \cap B_2 \cap \ldots \cap B_m = \emptyset} \prod_{j=1}^{m} m_j(B_j)$$

Inagaki 1991, Lefèvre 2002

Répartition du conflit total de manière générale

Une fois le conflit calculé $m_{\text{conj}}(\emptyset)$ il est réparti selon une fonction de poids

$$\forall X \in 2^\Theta \qquad m_c(X) = m_{\text{conj}}(X) + w(X)m_{\text{conj}}(\emptyset)$$

$$\sum_{X \in 2^\Theta} w(X) = 1$$

	A	B	$A \cup B$	C	$A \cup C$	$B \cup C$	Θ

> Répartition du conflit total de manière générale : règle mixte

On pose $k = m_{\text{conj}}(\emptyset)$

$$\forall X \in 2^{\Theta} \qquad m_{\text{Flo}}(X) = \beta_1(k) m_{\text{Dis}}(X) + \beta_2(k) m_{\text{Conj}}(X)$$

Les poids peuvent être choisi de façon a avoir une symétrie pour *k*=1/2

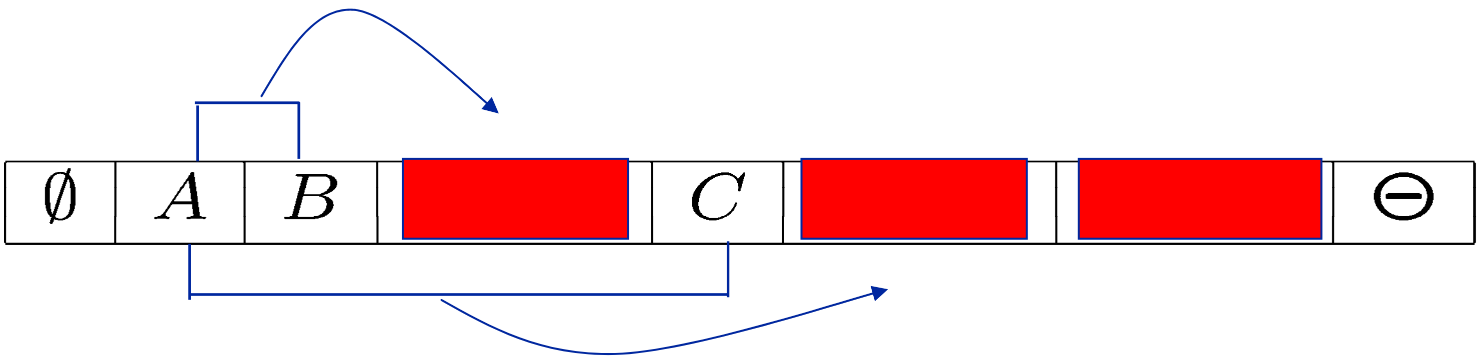
$$\beta_1(k) = \frac{k}{1-k+k^2},$$
$$\beta_2(k) = 1 - \beta_1(k) = 1 - \frac{k}{1-k+k^2}.$$

> Conflit partiel sur ignorance partielle

Compromis des approches conjonctives et disjonctives

$$m_{\mathrm{DP}}(X) = \sum_{A \cap B = X} m_1(A) m_2(B) + \sum_{\substack{A \cup B = X \\ A \cap B = \emptyset}} m_1(A) m_2(B).$$

Répartition fine du conflit



> Répartition du conflit partiel de manière générale : règle mixte

Extension de la règle de Florea et/ou Dubois et Prade à partir de poids sur le conflit partiel

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{Mix}}(X) &= \sum_{A \cup B = X} \delta_1 m_1(A) m_2(B) \\ &+ \sum_{A \cap B = X} \delta_2 m_1(A) m_2(B). \end{aligned}$$

On retrouve la règle de Dubois et Prade avec

$$\delta_1(A,B) = 1 - \delta_2(A,B) = 1\!\!1_{A \cap B = \emptyset}$$

Prise en compte de la spécificité des réponses

$$\delta_1(A,B) = 1 - \frac{|A \cap B|}{\min(|A|,|B|)},$$

> Conflit partiel réparti proportionnellement

PCR5 : Redistribution du conflit partiel proportionnellement sur les éléments qui l'engendrent

on ajoute à la combinaison conjonctive :

$m_1^2(A)m_2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(A)$ et

$m_1(A)m_2^2(B)/(m_1(A)+m_2(B))$ à $m(B)$

	$\emptyset$	A	B	Θ
m_1	0	0.6	0	0.4
m_2	0	0.3	0.2	0.5
m_c	0.12	0.6	0.08	0.2
m_{PCR5}	0	0.69	0.11	0.2

$$m_{\mathrm{PCR5}}(X) = m_{\mathrm{conj}}(X) +$$

$$\sum_{i=1}^{M} m_i(X) \sum_{\substack{(Y_{\sigma_i(1)},\dots,Y_{\sigma_i(M-1)})\in(D^\Theta)^{M-1} \\ \bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)}\cap X\equiv\emptyset}} \frac{\left(\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})\mathbb{1}_{j>i}\right)\prod_{Y_{\sigma_i(j)}=X} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{\sum_{Z\in\{X,Y_{\sigma_i(1)},\dots,Y_{\sigma_i(M-1)}\}} \prod_{Y_{\sigma_i(j)}=Z} (m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}).T(X=Z,m_i(X)))}$$

> Conflit partiel réparti proportionnellement

PCR6 : Redistribution du conflit partiel proportionnellement sur les éléments qui l'engendrent, généralise la PCR5 à plusieurs experts

	$A \cup B$	$B \cup C$	$A \cup C$	Θ
Expert 1	0.7	0	0	0.3
Expert 2	0	0	0.6	0.4
Expert 3	0	0.5	0	0.5

$$m_{PRC6}(X) = m_{conj}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X)^2 \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^{\Theta})^{M-1}}} \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)$$

$$\begin{cases} \sigma_i(j) = j & \text{if } j < i, \\ \sigma_i(j) = j+1 & \text{if } j \geq i, \end{cases}$$

> Intérêt de la PCR6 face à la PCR5

La PCR5 redistribue proportionnellement le conflit sur les singletons qui engendrent le conflit. Par exemple : si on a $m_1(A)m_3(B)m_2(A \cup B)$ **le conflit est redistribué sur** ***A*** **et** ***B*** **proportionnellement à** $m_1(A)$ **et** $m_3(B)$

Exemple surprenant où le conflit est total :

	A	B	C	D	E	F	G
Expert 1	0.0	0.57	0.43	0.0	0.0	0.0	0.0
Expert 2	0.58	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0	0.0
Expert 3	0.58	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0	0.0
Expert 4	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42	0.0
Expert 5	0.58	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.42

Résultat de la fusion est une probabilité

	A	B	C	D	E	F	G
PCR5	0.1915	0.2376	0.1542	0.1042	0.1042	0.1042	0.1042
PCR6	0.5138	0.1244	0.0748	0.0718	0.0718	0.0718	0.0718

Pour chaque sous ensemble de 2, 3 ou 4 experts : décision PCR5 et 6 : ***A***

> Extension de la PCR6 : PCR6f

$$
\begin{aligned}
m_{\mathsf{PCR6f}}(X) &= m_{\mathsf{conj}}(X) + \\
&\sum_{i=1}^{M} m_i(X) f(m_i(X)) \sum_{\substack{\overset{M-1}{\underset{k=1}{\cap}} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^{\Theta})^{M-1}}} \left(\frac{\displaystyle\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{\displaystyle f(m_i(X)) + \sum_{j=1}^{M-1} f(m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}))} \right)
\end{aligned}
$$

f **est une fonction croissante de [0,1] dans** $\mathbb{R}^+$

Extension de la PCR6 : PCR6g

$$m_{\mathsf{PCR6g}}(X) = m_{\mathsf{conj}}(X) + \sum_{i=1}^{M} \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X \equiv \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (D^{\Theta})^{M-1}}}$$

$$m_i(X) \frac{\left(\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})\right)\left(\prod_{Y_{\sigma_i(j)}=X} \mathbb{1}_{j>i}\right) g\left(m_i(X) + \sum_{Y_{\sigma_i(j)}=X} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})\right)}{\sum_{Z \in \{X, Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}\}} g\left(\sum_{Y_{\sigma_i(j)}=Z} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)}) + m_i(X)\mathbb{1}_{X=Z}\right)},$$

g **est une fonction croissante de [0,1] dans** $\mathbb{R}^+$

Martin et Osswald 2006

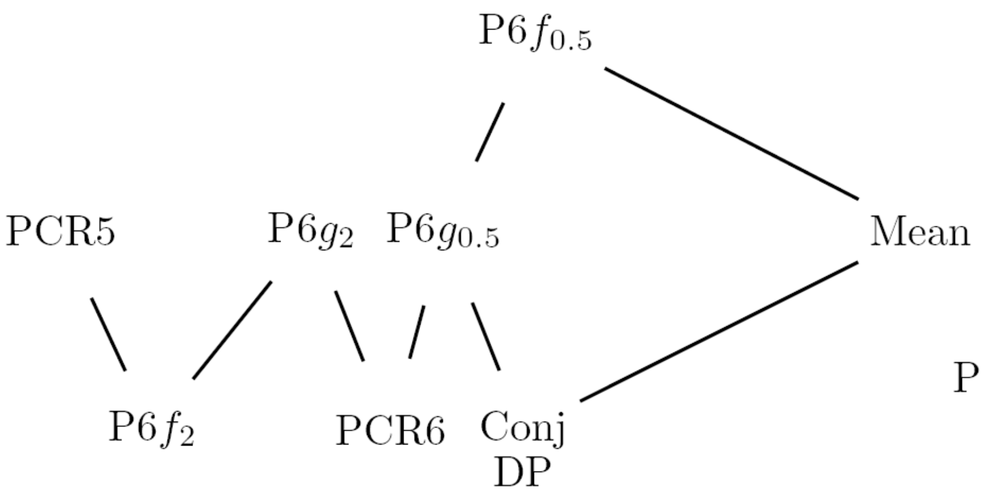
> Comparaison de règles

Fonctions de masse aléatoire

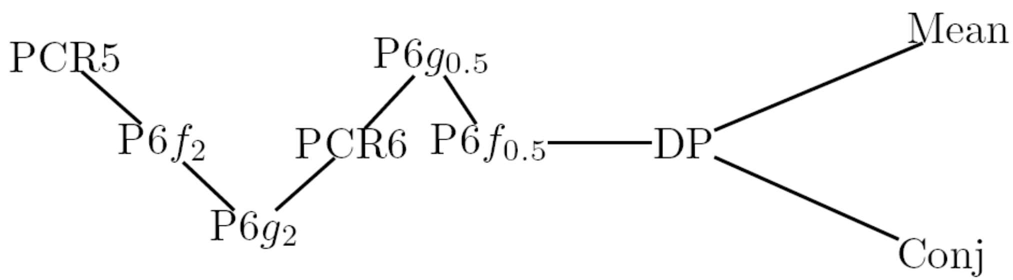
nombre de classes	2	3	4	5	6	7
changement de décision : cas 3 experts						
PCR/Conj	0.61%	5.51%	9.13%	12.11%	14.55%	16.7%
PCR/DP	0.61%	2.25%	3.42%	4.35%	5.05%	5.7%
DP/Conj	0.00%	3.56%	6.19%	8.39%	10.26%	11.9%
changement de décision : cas 3 experts						
PCR6/Conj	1.04%	8.34%	13.90%	18.38%	21.98%	25.1%
PCR6/DP	1.04%	5.11%	7.54%	9.23%	10.42%	11.3%
DP/Conj	0.00%	4.48%	8.88%	12.88%	16.18%	19.0%

Comparaison de règles

Fonctions de masse aléatoire



2 classes, 3 experts



3 classes, 4 experts

> PCR affaiblie : DPCR

Les conflits partiels sont répartis sur les éléments qui les engendrent proportionnellement et sur les ignorances partielles selon un facteur d'affaiblissement $\alpha \in [0, 1]$

$$
\begin{aligned}
m_{\mathrm{DPCR}}(X) &= m_{\mathrm{Conj}}(X) \\
&+ \sum_{\substack{Y \in 2^{\Theta}, \\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left(\frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X) + m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X) + m_1(Y)} \right) \\
&+ \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X \\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1 - \alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2),
\end{aligned}
$$

> PCR affaiblie : choix du facteur

- A partir d'une fonction de conflit

$$f_i(Y_1, ..., Y_M) = \frac{\sum_{j=1}^{M} \mathbb{1}_{\{Y_j \cap Y_i = \emptyset\}}}{M(M-1)}$$

$$\alpha(Y_1, ..., Y_M) = 1 - \sum_{i=1}^{M} f_i(Y_1, ..., Y_M)$$

Exemple

	A	B	$A \cup C$	Θ
Expert 1		0	0	0.3
Expert 2	0		0	0.5
Expert 3	0	0		0.4

il n'y a pas de conflit entre

A **et** $A \cup C$

mais le facteur est identique

> PCR affaiblie : choix du facteur

- A partir d'une fonction de non conflit à valeur dans $\left[0, \frac{1}{M}\right]$

$$\alpha_i(Y_1, ..., Y_M) = \frac{1}{M} - f_i(Y_1, ..., Y_M)$$
$$= \frac{\displaystyle\sum_{j=1, j\neq i}^{M} \mathbb{1}_{\{Y_j \cap Y_i \neq \emptyset\}}}{M(M-1)}.$$

PCR affaiblie : choix du facteur

- A partir d'une fonction de non conflit $\alpha_i(X, Y_{\sigma_i(1)}, \ldots, Y_{\sigma_i(M-1)})$

$$m_{\mathrm{DPCR}}(X) = m_{\mathrm{Conj}}(X) + \sum_{i=1}^{M} m_i(X)^2 \sum_{\substack{\bigcap_{k=1}^{M-1} Y_{\sigma_i(k)} \cap X = \emptyset \\ (Y_{\sigma_i(1)},\ldots,Y_{\sigma_i(M-1)}) \in (2^\Theta)^{M-1}}} \alpha_i \left(\frac{\prod_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})} \right)$$

$$+ \sum_{\substack{Y_1 \cup \ldots \cup Y_M = X \\ Y_1 \cap \ldots \cap Y_M = \emptyset}} \left(1 - \sum_{i=1}^{M} \alpha_i\right) \prod_{j=1}^{M} m_j(Y_j),$$

> PCR affaiblie : choix du facteur

Avec λ **donné pour** $\alpha_i \neq 0$

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{M} \alpha_i}{< \alpha, \gamma >}$$

$$\gamma_i = \frac{m_i(X)}{m_i(X) + \sum_{j=1}^{M-1} m_{\sigma_i(j)}(Y_{\sigma_i(j)})}$$

> PCR mixte et affaiblie : MDPCR

$$
\begin{aligned}
m_{\mathrm{MDPCR}}(X) = & \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X,\\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} \delta m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
+ & \sum_{\substack{Y_1 \cap Y_2 = X,\\ Y_1 \cap Y_2 \neq \emptyset}} (1-\delta) m_1(Y_1) m_2(Y_2) \\
+ & \sum_{\substack{Y \in 2^\Theta,\\ X \cap Y = \emptyset}} \alpha \left(\frac{m_1(X)^2 m_2(Y)}{m_1(X)+m_2(Y)} + \frac{m_2(X)^2 m_1(Y)}{m_2(X)+m_1(Y)} \right), \\
+ & \sum_{\substack{Y_1 \cup Y_2 = X\\ Y_1 \cap Y_2 = \emptyset}} (1-\alpha) m_1(Y_1) m_2(Y_2).
\end{aligned}
$$

> Vers une règle encore plus générale …

- **Conflit partiel considéré seulement quand au moins 2 experts sont en conflit**
- **Imprécision des réponses prise en compte seulement quand il n'y a pas de conflit**

***M* experts non en conflit**

$$\varepsilon_k(Y_1, ..., Y_M) = \{\{Y_{i_1}, ..., Y_{i_k}\}, i_j \in I : I \subset \{1, ..., M\}, |I| = k, \cap_{j=1}^{k} Y_{i_j} \neq \emptyset\},$$

$$\overline{k} = argmax_k\{\varepsilon_k \neq \emptyset\} \quad \forall Z = \{Y_{i_1}, ..., Y_{i_k}\} \in \varepsilon_{\overline{k}}$$

$$\delta(Z) = 1 - \frac{|\cap_{j=1}^{\overline{k}} Y_{i_j}|}{\min\limits_{j \in \{1,...,\overline{k}\}} |Y_{i_j}|}$$

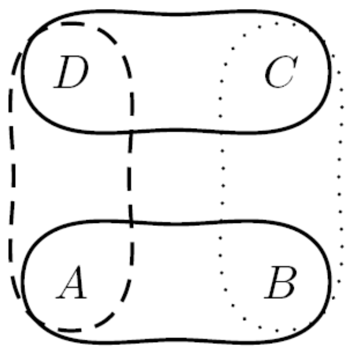
> Vers une règle encore plus générale …

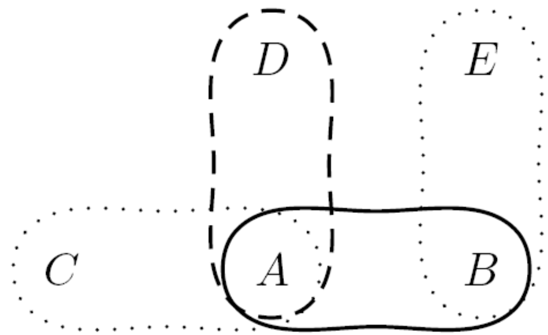
- **Règle mixte étendue**

$$m_{\mathrm{EMix}}(X) = \sum_{Y_1 \cup \ldots \cup Y_M = X} \; \sum_{Z \in \varepsilon_{\overline{k}}(Y_1,\ldots,Y_M)} \delta(Z) \prod_{j=1}^{M} m_j(Y_j)$$

$$+ \sum_{\substack{\{Y_{i_1},\ldots,Y_{i_k}\} = Z \in \epsilon_{\overline{k}}(Y_1,\ldots,Y_M) \\ Y_{i_1} \cap \ldots \cap Y_{i_{\overline{k}}} = X,}} \frac{(1-\delta(Z))}{|\varepsilon_{\overline{k}}(Y_1, \ldots, Y_M)|} \prod_{j=1}^{M} m_j(Y_j).$$

$\overline{k} = 2$





$\overline{k} = 3$

$\varepsilon_2 = \{\{A \cup B, B \cup C\}, \{B \cup C, C \cup D\}, \{C \cup D, A \cup D\}, \{A \cup B, A \cup D\}\}$

$\varepsilon_3 = \{\{A \cup B, A \cup C\ A \cup D\}\}$

> Conclusions

- Beaucoup de règles de combinaison, trop ?

- Gestion fine du conflit semble essentielle
- Même si l'ensemble des experts ne sont pas en conflit

- Gestion de la spécificité des réponses des experts
- Même si les experts sont en conflit